

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E.c)**

**Matematică M\_mate-info**

**Test 1**

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică  
 Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timp de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 puncte)**

- 5p** 1. Fie progresia aritmetică  $(a_n)_{n \geq 1}$ . Știind că  $a_5 + a_{11} = 40$ , calculați  $a_8$ .
- 5p** 2. Fie funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 2^{2x+1} - 8$ . Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x+2} - x + 4 = 0$ .
- 5p** 4. Determinați numărul funcțiilor injective  $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$  cu proprietatea  $f(5) = 2$ .
- 5p** 5. Aria triunghiului echilateral  $ABC$  este egală cu  $16\sqrt{3}$ . Calculați  $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$ .
- 5p** 6. Determinați  $x \in (0, \pi)$  pentru care  $4\cos^2 x + 8\sin x = 7$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 puncte)**

1. Fie matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ 1 & a+1 & 1 \\ 1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}$  și sistemul de ecuații  $\begin{cases} (a+1)x + y + z = -1 \\ x + (a+1)y + z = -1 \\ x + y + (a+1)z = a+5 \end{cases}$ ,  $a \in \mathbf{R}$

- 5p** a) Calculați  $\det A(1)$ .
- 5p** b) Fie  $m = \det A(a+3) - \det A(a)$ . Demonstrați că  $m$  este divizibil cu 18 pentru orice  $a \in \mathbf{Z}$ .
- 5p** c) Pentru  $a = -3$  determinați soluția  $(x_0, y_0, z_0)$  a sistemului pentru care  $x_0 y_0 + z_0^2 - 5 = 0$ .

2. Pe  $\mathbf{R}$  se definește legea de compoziție  $x * y = \frac{1}{2}(xy + x + y - 1)$ .

Fie mulțimea  $M = \{x \in \mathbf{Z} \mid x = 2k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$ .

- 5p** a) Să se arate că  $x * y = \frac{1}{2}(x+1)(y+1) - 1$ ,  $(\forall) x, y \in \mathbf{R}$ .
- 5p** b) Să se arate că mulțimea  $M$  este parte stabilă a lui  $\mathbf{R}$  în raport cu legea  $*$ .
- 5p** c) Să se determine elementele inversabile ale lui  $M$  în raport cu legea  $*$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x \ln(x^2 + 1)$

- 5p** a) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă  $x_0 = 1$ .
- 5p** b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției  $f$ .
- 5p** c) Rezolvați ecuația  $e^x + x \ln(x^2 + 1) - 1 = 0$ .

2. Fie funcția  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = e^{-x} \sqrt{x}$

- 5p** a) Calculați  $\int_{\frac{1}{25}}^1 e^x \cdot f(x) dx$ .

**5p** b) Arătați că orice primitivă a funcției  $f$  este strict crescătoare pe  $(0, \infty)$ .

- 5p** c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_x^{x+1} f(t) dt$ .