

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E.c)

Matematică M_șt-nat

Test 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timp de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I

(30 puncte)

- 5p** 1. Aflați $x \in R$ știind că $5-x$, $x+7$ și $3x+11$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.
- 5p** 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $M(0,2)$ aparține graficului funcției $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 - 2x + m - 2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x + \log_2(x+1) = 1$.
- 5p** 4. Determinați termenul care nu îl conține pe x din dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{200}$.
- 5p** 5. În sistemul de coordonate XOY se consideră punctele $A(-2,3)$ și $B(0,1)$. Determinați distanța de la punctul $M(0,5)$ la mediatoarea segmentului $[AB]$.
- 5p** 6. Fie $0 < a < 180^\circ$ astfel încât $\sin a + \cos a = \frac{1}{3}$. Calculați $\sin a \cdot \cos a$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(Z)$
- 5p** a) Arătați că matricea A este inversabilă.
- 5p** b) Rezolvați ecuația matriceală $A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Calculați $A^n, n \in N^*$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 3x - 3y + 12$.
- 5p** a) Arătați că $x \circ y = (x-3)(y-3) + 3, \forall x, y \in R$.
- 5p** b) Calculați $(-2021) \circ (-2020) \circ \dots \circ 2020 \circ 2021$.
- 5p** c) Rezolvați în $(0, \infty)$ ecuația $(\ln^2 x) \circ (\ln x) = 3$

SUBIECTUL al III-lea

(30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: (2, \infty) \rightarrow R, f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-2}}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = -\frac{2}{(x-2)\sqrt{x^2-4}}, \forall x \in (2, \infty)$

5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 3$, situat pe graficul funcției f .

5p c) Determinați coordonatele punctului de intersecție a celor două asimptote ale graficului funcției f .

2. Fie funcțiile $f, g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$ și $g(x) = f''(x)$.

5p a) Arătați că $\int_0^3 (x+1) \cdot f(x) dx = \frac{81}{4}$.

5p b) Calculați $\int_0^1 g(x) dx$.

5p c) Determinați primitiva funcției g a cărei asimptotă spre $+\infty$ este dreapta de ecuație $y = 2x$